

带校正系数的似二度量板

黎 航

似二度量板是用来计算截面形态稳定、走向长度有限、均匀磁化形体的磁场强度及其各个分量的一种量板。这种量板，自1967年以来，已逐渐为野外队所采用。但是，当似二度体走向长度改变或横剖面相对似二度体的位置改变时，需要制作新的整套量板。这就使该量板的应用复杂化。本文对这种似二度体磁异常的计算方法作了若干改进。在计算不同走向长度似二度体的各个横剖面的磁异常时，量板不用改变，只需将量板读出的格数乘上不同的校正系数即成。

一、原理

如图1所示，走向平行于OY轴的水平柱体，其两端Y坐标为 $y=0$ 、 $y=\pm L$ ，柱体横截面 ΔS_i 为一扇形。该扇形在柱坐标($y=y$ 、 $X=r\sin\theta$ 、 $z=r\cos\theta$)中由半径分别为 r_n 和 r_{n+1} 的两段圆弧以及与OZ轴夹角 θ 分别

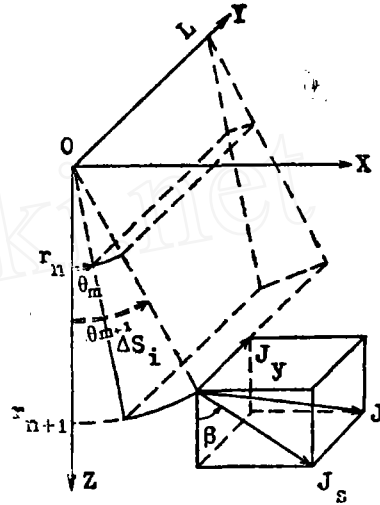


图1

为 θ_m 和 θ_{m+1} 的两条过O点的射线所组成。该柱体在O点产生的磁场强度三个分量分别为：

$$\begin{aligned} \Delta Z_i = & \frac{J_s}{4} \cdot \sin(2\theta - \beta) \left| \left[\frac{-L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + 1} \ln \frac{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} - L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + L} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \\ & + \frac{J_s}{2} \cos\beta \cdot \theta \left| \left[\frac{-L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + 1} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \pm J_y \sin\theta \left| \left[\frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + 1} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \\ & + \ln \frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + r} \Big|_{r_n}^{r_{n+1}} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta X_i = & \frac{J_s}{4} \cos(2\theta - \beta) \left| \left[\frac{-L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + 1} \ln \frac{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} - L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + L} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \\ & + \frac{J_s}{2} \sin\beta \cdot \theta \left| \left[\frac{-L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + 1} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \\ & \pm J_y \cos\theta \left| \left[\frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + 1} \ln \frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + r} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Delta Y_i = \pm J_s \cdot \sin(\theta - \beta) \left| \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} \left[\frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}} + \ln \frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + r} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} - J_y \cdot \sin \theta \left| \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} \left[\frac{-r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \quad (3)$$

式中, J_s 、 J_y 分别为磁化强度矢量在 XOZ 面内和 OY 轴上的投影。 J_y 与 OY 轴指向一致时, $J_y > 0$; J_y 与 OY 轴指向相反时, $J_y < 0$ 。 β 为 J_s 与 OZ 轴的夹角 (见图 1)。在 (1) 式中, 令

$$\Delta Z_i^{(1)} = \frac{J_s}{4} \sin(2\theta - \beta) \left| \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} \left[\frac{-L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}} + \ln \frac{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} - L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + L} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \quad (4)$$

$$\Delta Z_i^{(2)} = \frac{J_s}{2} \cos \beta \cdot \theta \left| \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} \left[\frac{-L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \quad (5)$$

$$\Delta Z_i^{(3)} = \pm J_y \sin \theta \left| \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} \left[\frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}} + \ln \frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + r} \right] \right|_{r_n}^{r_{n+1}} \quad (6)$$

$$\text{则 } \Delta Z_i = \Delta Z_i^{(1)} + \Delta Z_i^{(2)} + \Delta Z_i^{(3)} \quad (7)$$

(4)~(6) 式即为制作似二度量板的基本依据公式。在公式 (4) 中, 令 $\theta' = \theta - \frac{\beta}{2}$ 、

$\theta'_m = \theta_m - \frac{\beta}{2}$ 、 $\theta'_{m+1} = \theta_{m+1} - \frac{\beta}{2}$, 并令

$$\sin(2\theta - \beta) \left| \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} = \sin 2\theta' \right|_{\theta'_m}^{\theta'_{m+1}} = 0.125,$$

取 $\theta'_0 = 0$, 则可求得各 θ'_m (从 $\pm Z$ 轴或 $\pm X$ 轴起算):

$$\begin{aligned} &3.6^\circ, 7.2^\circ, 11.0^\circ, 15.0^\circ, 19.3^\circ, 24.3^\circ, \\ &30.5^\circ, 45.0^\circ, \dots \quad (I) \end{aligned}$$

$$\text{在公式 (5) 中, 令 } \theta \left| \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} = \Delta \theta = \frac{\pi}{18} = 10^\circ \right.$$

…………… (II) 代入 (4)~(6) 式, 则求得系数

$$a = \Delta Z_i^{(1)} / J_s = 3.125 \left[\frac{-L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}} + \ln \frac{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} - L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + L} \right] \left| \frac{r_{n+1}^{(1)}}{r_n^{(1)}} \right| \quad (11)$$

$$b = \Delta Z_i^{(2)} / J_s = \frac{\pi}{36} \left[\frac{-L}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \left| \frac{r_{n+1}^{(2)}}{r_n^{(2)}} \right| \quad (12)$$

$$c = \Delta Z_i^{(3)} / J_y = 12.5 \left[\frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}} + \ln \frac{r}{(r^2 + L^2)^{\frac{1}{2}} + r} \right] \left| \frac{r_{n+1}^{(3)}}{r_n^{(3)}} \right| \quad (13)$$

在公式 (6) 中令 $\sin \theta \left| \frac{\theta_{m+1}}{\theta_m} = 0.125$, 并取

$\theta_0 = 0$, 则可求得各 θ_m 值, 即第三量板角度值:

$$\begin{aligned} &7.2^\circ, 14.5^\circ, 22.0^\circ, 30.0^\circ, 38.7^\circ, 48.6^\circ, \\ &61.0^\circ, 90^\circ, \dots \quad (III) \end{aligned}$$

如果分别以 (I)、(II)、(III) 所示的角度和相应的半径

$$r_n^{(1)} = e^{0.08(n-1)} = 1.0833^{n-1} \quad (8)$$

$$r_n^{(2)} = e^{0.08 \times 2(n-1)} = 1.1735^{n-1} \quad (9)$$

$$r_n^{(3)} = r_n^{(1)} \quad (10)$$

上述各式中, J_s 、 J_y 均以 $100 \times 10^{-5} \text{CGSM}$ 为单位, $\Delta Z_i^{(1)}$ 、 $\Delta Z_i^{(2)}$ 、 $\Delta Z_i^{(3)}$ 均以 γ 为单位。

这里, 把根据数据(I)、(II)、(III)和公式(8)~(10)制作的量板分别称为第一、第二、第三基准量板。实际上, 第一基准量板就是米柯夫量板。其半径值为(以厘米为单位):

1, 1.08, 1.17, 1.27, 1.38, 1.49, 1.62, 1.75, 1.90, 2.05, 2.23, 2.41, 2.61, 2.83, 3.07, 3.32, 3.60, 3.90, 4.22, 4.57, 4.95, 5.37, 5.81, 6.30, 6.82, 7.39, 8.00, 8.67, 9.39, 10.18, 11.02, 11.94, 12.94, 14.01, 15.18, 16.44, 17.81, 19.30, 20.91, 22.65, 24.53, 26.58, 28.79, 31.26, 33.78, 36.60, 39.65, 42.95, 46.53, 50.40, 54.58, (IV)

上述半径值也是第三基准量板的半径值。其中的第1、3、5、……、 $(2n-1)$ 、……项是第二基准量板的半径值。

在(11)、(12)、(13)三式中, 令

$$L = K_n r_n \quad \dots\dots\dots (14)$$

则(11)、(12)、(13)式变为

$$a = 3.125 \left\{ \frac{K_n}{(1 + K_n^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{K_n}{(1.1735 + K_n^2)^{\frac{1}{2}}} + \ln \frac{[(1.1735 + K_n^2)^{\frac{1}{2}} - K_n][(1 + K_n^2)^{\frac{1}{2}} + K_n]}{[(1.1735 + K_n^2)^{\frac{1}{2}} + K_n][(1 + K_n^2)^{\frac{1}{2}} - K_n]} \right\} \quad (15)$$

$$b = 8.72665 \left\{ \frac{K_n}{(1 + K_n^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{K_n}{(1.3771 + K_n^2)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (16)$$

$$c = - \left\{ 1 - 12.5 \left[\frac{1}{(1 + K_n^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1.0833}{(1.1735 + K_n^2)^{\frac{1}{2}}} + \ln \frac{1.0833 + (1.1735 + K_n^2)^{\frac{1}{2}}}{1 + (1 + K_n^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right\} \quad (17)$$

二、校正曲线

根据(15)、(16)、(17)式计算出校正值 a 、 b 、 c (只取其绝对值) 如表1所示, 并在

K	a	b	c
50		0.000658	
30		0.00183	
20		0.00410	1.00
10	0.500	0.0162	0.999
7		0.0326	0.997
5		0.0614	0.992
3	0.498	0.152	0.965
2	0.491	0.279	0.902
1.5	0.483	0.388	0.815
1.0	0.437	0.511	0.627
0.7	0.381	0.536	0.429
0.5	0.312	0.482	0.268
0.3	0.203	0.346	0.113
0.2	0.140	0.244	0.0509
0.15	0.103	0.189	0.0305
0.1	0.0714	0.127	0.0138
0.07	0.0503		0.00677
0.05	0.0363		
0.03	0.0216	0.0387	
0.02	0.0144		
0.015	0.0108		
0.01	0.00721	0.0130	

模数为6.25厘米的单对数纸上绘成曲线, 如图2所示。

根据(8)、(9)、(10)、(14)式, 在模数

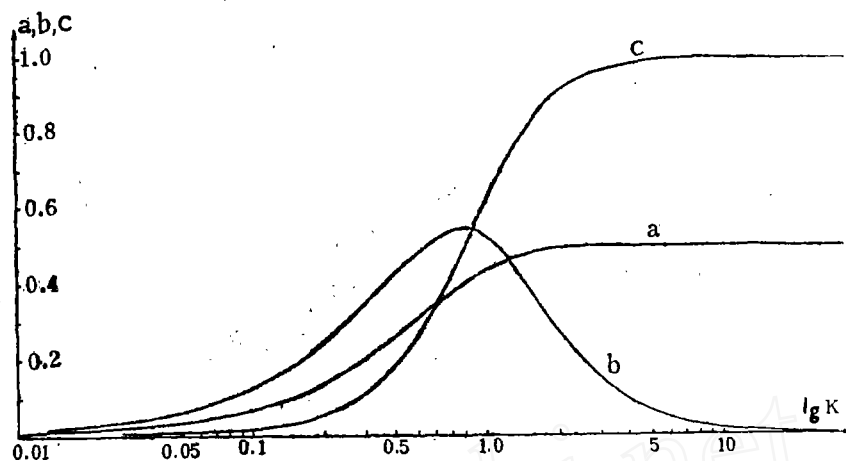


图 2

为6.25厘米的对数座标上有

$$\lg K_n^{(1)} = \lg L - (n-1) \times 0.217 \text{ 厘米} \quad (18)$$

$$\lg K_n^{(2)} = \lg L - (n-1) \times 0.434 \text{ 厘米} \quad (19)$$

$$\lg K_n^{(3)} = \lg L - (n-1) \times 0.217 \text{ 厘米} \quad (20)$$

式中, n 即为各基准量板的圈数。从 $r_1=1$ 厘米起, 半径为 r_1 和 r_2 的圆环为第一圈, 半径为 r_2 和 r_3 的圆环为第二圈, 依次类推。

根据(18)、(19)、(20)式可制作由 L 、 n 确定 K_n 的量板。该量板是间距为0.217厘米的一系列平行线(如图3中虚线所示)。

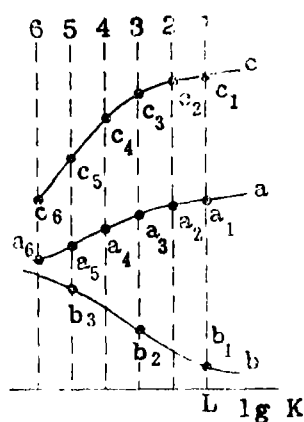


图 3

三、应用步骤

对似二度体进行正演计算的具体步骤如下:

1. 确定各基准量板每圈的系数 a_n, b_n, c_n 。

先根据作图比例尺计算 L 在图纸上的长度, 以厘米为单位, 称为 L 的图纸厘米长度。

再将绘在透明纸上的平行线量板的1号线对准校正曲线 K 坐标的 L (图纸厘米长度), 并使各平行线与 K 轴垂直(图3)。则各平行线与 a, c 曲线交点的纵坐标即为第一、第三基准量板各圈的校正值 a_n, c_n 。至于 b_n 值, 则应为第1、3、5、……各平行线与 b 曲线交点的纵坐标数值。

2. 当横剖面位置不在似二度体端部时, 可分段求校正系数, 并计算代数和。

如剖面位置在似二度体走向长度范围内(图4之I剖面), 应

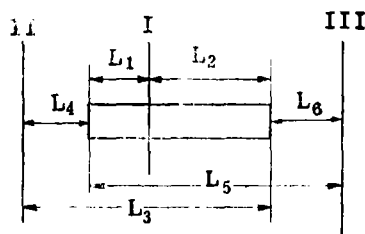


图 4

根据 L_1 查得 $a_n(L_1)$ 、 $b_n(L_1)$ 、 $C_n(L_1)$ ，
根据 L_2 查得 $a_n(L_2)$ 、 $b_n(L_2)$ 、 $C_n(L_2)$ 。

$$\left. \begin{aligned} a_n &= a_n(L_1) + a_n(L_2) \\ b_n &= b_n(L_1) + b_n(L_2) \\ c_n &= c_n(L_2) - c_n(L_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

当 $L_1 = L_2$ ，即在中心横剖面内

$$\left. \begin{aligned} a_n &= 2a_n(L_1) \\ b_n &= 2b_n(L_1) \\ c_n &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

当剖面在似二度体走向长度范围以外时
(如图4之Ⅱ、Ⅲ剖面)，依磁性体在剖面的
+Y方向一侧还是剖面的-Y方向一侧 而不同。
对于磁性体在剖面+Y方向一侧的Ⅱ剖面而言，应

根据 L_3 查得 $a_n(L_3)$ 、 $b_n(L_3)$ 、 $c_n(L_3)$ ，
根据 L_4 查得 $a_n(L_4)$ 、 $b_n(L_4)$ 、 $c_n(L_4)$ 。

且

$$\left. \begin{aligned} a_n &= a_n(L_3) - a_n(L_4) \\ b_n &= b_n(L_3) - b_n(L_4) \\ c_n &= c_n(L_3) - c_n(L_4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

对于磁性体在剖面的-Y方向一侧的Ⅲ剖面而言，应

根据 L_5 查得 $a_n(L_5)$ 、 $b_n(L_5)$ 、 $c_n(L_5)$ ，
根据 L_6 查得 $a_n(L_6)$ 、 $b_n(L_6)$ 、 $c_n(L_6)$ 。

且

$$\left. \begin{aligned} a_n &= a_n(L_5) - a_n(L_6) \\ b_n &= b_n(L_5) - b_n(L_6) \\ c_n &= -[c_n(L_5) - c_n(L_6)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

求得 a_n 、 b_n 、 c_n 等值后，代入下式即可计算出测点处的 ΔZ 值来：

$$\Delta Z = J_s \left[\sum_n N_n^{(1)} a_n + \cos\beta \sum_n N_n^{(2)} b_n \right] + J_y \sum_n N_n^{(3)} C_n \quad (25)$$

用类似 ΔZ 的讨论方法可以得到

$$\Delta X = J_s \left[\sum_n N_n^{(1)} a_n + \sin\beta \sum_n N_n^{(2)} b_n \right] + J_y \sum_n N_n^{(3)} C_n \quad (26)$$

$$\Delta Y = J_s \sum_n N_n^{(3)} c_n - 2J_y \sum_n N_n^{(2)} b_n \quad (27)$$

(25)、(26)、(27)三式中，校正系数 a_n 、 b_n 、 c_n 和第二基准量板读取的格数 $N_n^{[2]}$ 是相同的，而各式中的 $N_n^{[1]}$ 和 $N_n^{[3]}$ 的读法则因量板的转角不同而异。计算 ΔX 和 ΔY 时，截面

从(21)~(24)式可以看出，系数 a_n 和 b_n 与磁性体在剖面的+Y或-Y方向无关。而系数 c_n 则有关，当磁性体在剖面的+Y方向一侧时， $c_n > 0$ ；当磁性体在剖面的-Y方向一侧时， $c_n < 0$ 。参照一下(1)、(2)、(3)式即可理解这一点。

3. 将似二度体截面S绘在透明纸上，把计算点对准量板原点，分别在第一、第二、第三基准量板上读出各圈中的格数 $N_n^{[1]}$ 、 $N_n^{[2]}$ 、 $N_n^{[3]}$ 。

第一、第三基准量板的正、负号象限规定如图5所示。第二基准量板各处均为正号。

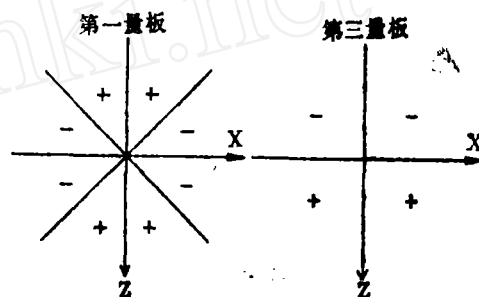


图5

使用三个基准量板计算 ΔZ 时，截面S的OZ轴应相对于量板的OZ轴旋转一个角度，该角度数值如表2所示。

计算各分量时，截面S的OZ轴需绕

量板OZ旋转轴的角度 表2

	ΔZ	ΔX	ΔY
第一量板	$-\beta/2$	$-45^\circ - \beta/2$	不使用
第二量板	任	意	
第三量板	0	-90°	$-\beta$

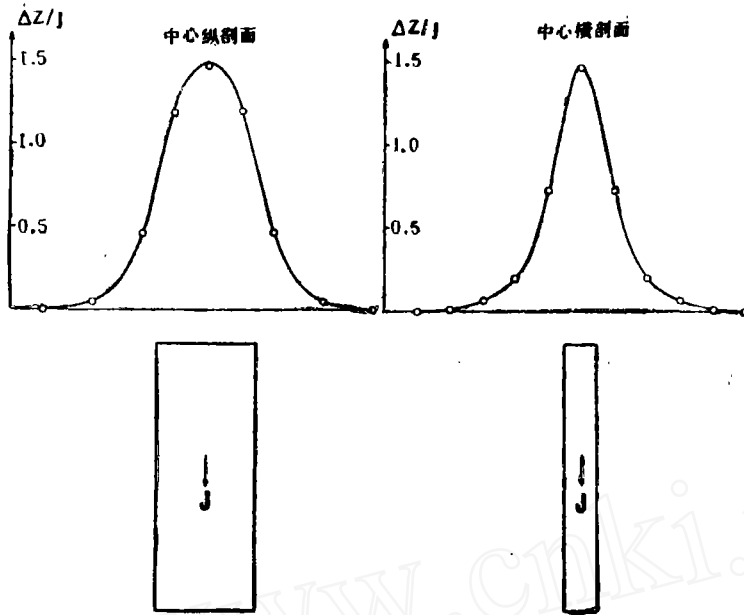


图 6

(图中曲线是用公式计算的, 曲线上的点是用所介绍的量板计算的)

S的OZ轴相对量板的OZ轴旋转角度数值如表2所示。

在图6中, 将垂直磁化直立长方形体中心横、纵剖面理论和量板计算的 ΔZ 进行了对比。理论值与量板计算值的均方误差为0.012J。

纵剖面各个测点的量板计算值, 系根据横剖面中点各量板读取的格数乘以不同的走向长度校正系数 a_n 、 b_n 而得来的。计算中 a_n 、 b_n 逐圈取到0.01。实际上, 在如图所示的磁性体截面积较大的情况下, 相邻的几圈取一个平均值, 精度取到0.1也是基本可以的。

四、在生产中的用途

这种带校正系数的似二度量板, 提供了一种对一般的三度磁性体及其异常进行正、反演的手段, 而无需制作大量量板。这种量板比较适宜的用途列举如下:

1. 对孤立的似二度体异常, 在沿其中心横剖面进行选择法反演时, 一般要预先估计一个磁性体的半走向长度 L_1 。若据此 L_1 值进行反演时, 理论与实测曲线吻合不够好,

可将 L_1 改为 L_2 或 L_3 ($L_2 > L_1 > L_3$), 重新查取相应的校正系数, 即可计算出 $L = L_2$ 或 $L = L_3$ 时的异常值来。

2. 对埋深较大磁性体的较规整异常, 一般可作为一个水平似二度体进行解释。在用选择法解释其中心横剖面时, 也可同时解释其中心纵剖面。当地形起伏不太大时, 纵剖面的计算比较简单: 只要在一个测点上读出三个基准量板的格数, 即可根据纵剖面各测点左、右不同的L值计算出纵剖面各测点的异常值来。横、纵剖面的综合解释, 对估算磁性体的大小, 无疑是很有实际意义的。

3. 当地面 ΔZ 平面等值线图较复杂时, 应根据该图形态, 选取最合适的几条横或纵剖面, 以几个似二度体进行选择法反演。图7取I、II、III三条剖面一般就能控制磁性体大致空间位置和形态, 计算量也不太大。

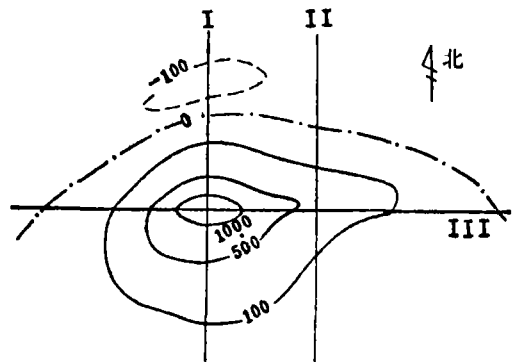


图 7

总之, 这种量板主要用于三度体异常的“平面解释”, 即对二条以上剖面用选择法反演时, 应用这种量板较为适宜。如果有较多的井中磁测资料, 还可用这种量板进行“空间解释”。这种“平面解释”和“空间解释”, 相对于传统的单一“剖面解释”, 必将提高定量解释的可靠性。