

数学模型、样本和品位估计量

矿体的数学模型

一个矿体的数学模型，并不代表矿体本身，而只能反映矿体的某些特征。因此，为了表征不同的矿体，就需要采用不同的数学模型。取自一种模型的样本的特征，应与取自同类实际矿体的样本的特征一致。精确的数学模型是一种有效的工具，它可以用来推测取自实际矿体的样本的各种性质。

这样的数学模型，可以用来反映具有特高品位样品的富矿巢和不均匀性造成的跃迁现象。这种富矿巢中样品品位的影响范围约为模型中一个基本矿格*边长的9至15倍。在实际矿体中，富矿巢的几何形态总是不确定的。其复杂程度甚至以采矿过程中才能达到的取样密度都无法控制。这种局部的不均匀性是很关键的，计算矿块品位时必须完全

把握这种现象。

所以，像热液型金矿脉和锡矿脉这些很难评价的矿体，都需要用数学模型来表征。然而，作者认为数学模型的应用范围还要广泛得多。

在每个模型中，矿格之间品位的连续相关关系，是通过三维曲面来表示的。将一个方格网置于该曲面上，于是每个方格中心处曲面的高度，就是该方格下面矿格的平均品位。这样就形成了一个由品位为已知且连续相关的一系列矿格组成的模型矿体。

在抽出样本（由采自各矿格的样品组成）之前，必须确定以下两点：①假设采自同一矿格的样品品位的统计分布类型为对数正态分布（并非全为对数正态分布，但在实际工作中经常可以看到小体积的矿样往往作对数正态分布）；②属于矿格内统计分布的

* 原文为blocks，指构成矿体或矿块的几百个统计单元，为了与“矿块”区别，译文中均作“矿格”。——本刊

半荒芜旷野和崎岖山区，日照长达12小时，最高日温达50度，二十世纪六十年代之前，地质工作基本上是空白。该区由于受长期的风化侵蚀，地形切割较深，因此铁矿体几乎都裸露地表，且常形成山脊。该区铁矿层的发现首先是一个牧场主为了寻找牧场和水源而在哈默斯利山见到，后于1961年才被引起地质勘探部门的重视。稍后，康辛里奥廷托公司的勘探部门正式进入该区工作，采用地面地质详查、航空照片解释和更大比例尺的航空探索。该公司自1961年进入该区至1964

年，共查明总吨数为49亿吨的铁矿石（包括50~57%的褐铁矿和60~67%的赤铁矿）。

整个勘探规划过程中，重点是放在快速地质踏勘上。这种快速地质踏勘是以坚实的地层学原理为基础的，并使用了适于进入本区的现代化的交通运输工具。

由于矿体多裸露地表，因此地球物理找矿方法未被采用，而航空地质测量在整个找矿勘探过程中起了重要的作用。

〔据澳大利亚展览会有关资料整理〕

方差可用克瑞吉经验公式表示如下:

$$\sigma^2(O/D) = \sigma^2(O/P) + \sigma^2(P/D)$$

式中 $\sigma^2(O/D)$ 是整个矿体样品品位的统计方差, $\sigma^2(O/P)$ 是一个矿格内样品品位的统计方差, $\sigma^2(P/D)$ 是矿体中各矿格平均品位的方差。应用这种数学模型的实例见表1。我们可以看到,这种关系是十分清楚的。当 $\sigma^2(O/P)$ 值较大时,这种概率关系变得有些不稳定,原因也许是方差值较大。因此,对于给定的数学模型,每个矿格应有同样的 $\sigma^2(O/P)$ 值。

克瑞吉关系

表1

数学模型号	$\sigma^2(O/P)$	$\sigma^2(O/D)$	$\sigma^2(P/D)$
62444	1	41293	41292
	22500	62635	40135
	40000	79749	39749
	62500	88326	25826
24863	1	69079	69078
	22500	89474	66974
	40000	107030	67030
	62500	127497	64997
27532	25600	95136	69536
	32400	101263	68863
	40000	103620	63620
	48400	111210	62810
28475	57600	125372	67772
	22500	47938	25438
	40000	67764	27764
	62500	88145	25645
	90000	120327	30327

按照上述方法,可建立一种由 42×42 个基本矿格组成的图形,以便能从任一给定的模型中抽出样本。在计算机上用处理似随机数的简单而有效的方法,可以求出各个矿格中每一个样品的品位。每个矿格应来自对数正态分布总体。总体的平均品位即矿格的平均品位,而且它们的方差 $\sigma^2(O/P)$ 就是所有矿格品位共同的方差。这就是说,抽出的样本服从大家熟悉的三参数对数正态分布规律^{**}。由此可见,实际上我们可以从同一矿体中抽出任意多个样本。样本可以用来确

• • 指样品品位与某一常数之和的频数曲线常作对数正态分布的规律。——本刊注

定方差曲线、样本的对数正态分布以及全部有关的参数。

矿体将划为42²个已知品位的矿格。每个模型代表矿体的这样一个部分。所以,由许多(整数的)矿格组成的任一分区的平均品位就可以准确地求得。这些矿格可以组合成大小和形状不同的分区,并可按任何抽样方式对它们作出估算。所有的直线长度均以—一个网格或矿格的边长为单位来表示,这与基本矿格的采样间距是相同的。矿格平均品位之间连续的相关关系,可以看作是由有限空间变量的空间因素或其他规律性因素引起的。一个矿格的方差 $\sigma^2(O/P)$ 表征出随机性的大小。在同一模型中, $\sigma^2(O/P)$ 的增大,将使矿块边缘跃迁效应方差 C_e 也增大,但其变化幅度仍保持不变。这种关系显著地增加了单个模型的机动性,扩大了它的应用范围。

数学模型的一个实例见图1。可以看出,两个高品位富矿巢在它们的交汇处形成了一个高品位区。约占总数60%的其余矿格品位均低于模型平均值。虽然这些品位值以

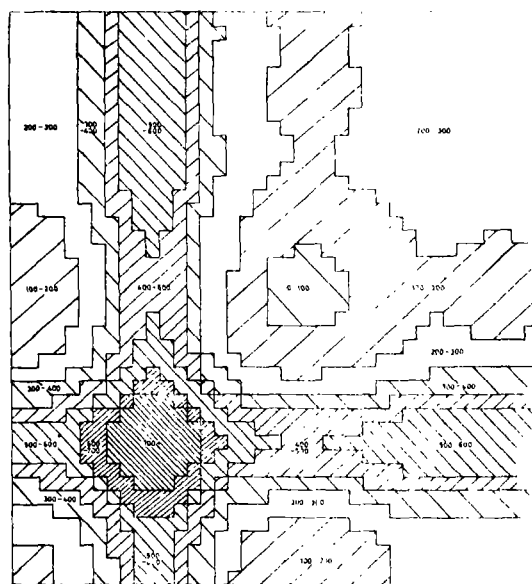


图1 第10375号模型矿体
在两个富矿巢的交汇处为高品位区

英寸-本尼威特 (1 本尼威特 = 1/20 盎司 = 1.555 克) 为单位, 但它们仍可当作与化验品位 (或厚度 × 品位) 成正比的数值。

样 本

实际上, 评价矿体的唯一根据是采自该矿体的样本。怎能才能得出不歪曲实际矿体特征的图象呢? 我们现将第 10375 号模型 (图 1) 的品位频数资料列在表 2 中。

第 10375 号 模型
矿格平均品位直方图数据和样本 表 2

品位分组 英寸- 本尼威特	矿格 平均 品位 频数	矿格 方差	$\sigma^2(O/P)$		
			10000	22500	40000
0-50	0	30	84	132	
50-100	30	124	165	225	
100-150	111	197	180	185	
150-200	301	209	188	168	
200-250	299	225	184	154	
250-300	338	159	168	130	
300-350	88	152	141	138	
350-400	102	129	121	117	
400-450	97	113	108	100	
450-500	98	95	95	85	
500-550	122	90	67	63	
550-600	103	89	67	61	
600-650	22	57	46	58	
650-700	16	31	47	17	
700-750	13	21	31	39	
750-800	3	8	25	18	
800-850	12	12	15	16	
850-900	8	9	10	17	
900-950	1	3	3	7	
950+	0	8	19	34	

在矿格平均品位的直方图中, 不存在低于 50 英寸-本尼威特或高于 950 英寸-本尼威特的值。同时, 该图也表明了各矿格可以被分为两大组。在较大的一组中, 平均品位低于 320 英寸-本尼威特, 而较小的一组却含有相当于富矿巢的较高品位。 $\sigma^2(O/P)$ 如果取 10000 [英寸-本尼威特]² 这样一个相当小的值, 那么矿格平均品位直方图的形状就会发生严重的畸变。这时, 直方图将

变得比较平滑, 因而不能再把高品位矿格和低品位矿格明显地分为两大组。同时, 在 0~50 英寸-本尼威特的那一组中, 也出现了数据, 而且直方图的正端越过了 950 英寸-本尼威特的界限。随着 $\sigma^2(O/P)$ 的增大, 在直方图两端出现的数值也逐渐增大。表 3 说明, 随着 $\sigma^2(O/P)$ 的增大, 在 0~150 英寸-本尼威特范围内和大于 600 英寸-本尼威特范围内的样品的频数是怎样增多的。但不管怎样, 样本的平均品位仍然是整个剖面的一个无偏估计量 (条件是样品数足够多, 所举实例中的情况是符合这个条件的)。

取样工作对矿格平均品位直方图的歪曲 表 3

$\sigma^2(O/P)$	样品品位的频数		样本的平均品位 (英寸-本尼威特)
	小于 150 英寸- 本尼威特	大于 600 英寸- 本尼威特	
0 (矿格平 均值)	141	75	320
10000	351	152	320
22500	429	196	317
40000	542	206	310

如果整个剖面都要选作开采对象, 那么样本中出现的歪曲将是无关紧要的, 因为开采结果终将与推断的一致。“算术平均值是一个无偏估计量”这句话指的正是这个意思。但是, 如果要选择一些十分有利的矿格, 这句话就不适用了, 而且在刚一开采时就会出现偏差 (表 3)。样本引出了两个问题: ①品位大于零时, 由于有虚假的高品位, 对矿量的平均品位将估计过高; ②由于有虚假的低品位, 将放弃许多有利的矿格。

我们来分析一下计算矿量的“多角形法”。在估算矿区总储量时, 假定各多角形的面积彼此很相近, 计算结果也很可靠。在矿体模型化的情况下, 最重要的多角形就是正方形网格本身。同时, 由于各个方格的面积相等, 从而能对整个断面的平均品位作出相当精确的估计。如果这些正方形网格的面积有明显的差别, 那就不可能做出准确的估

算,因而需要进一步取样。这也是作者主张采用规则取样网格的另一条理由。

矿量品位估算

现在来讨论一下选定矿块(其品位可根据样本做估计)的问题。通常采用的是加因数法。在应用这种方法的实例中,加权因数有时取方格中心与取样点距离的倒数,也有时取这段距离平方的倒数……。这些加权值都是无偏倚的,因为在每个方格上所采用的加权因数的总和均等于1。同时图2也表明,对于形状相似但大小不同的方格,用这样的方法可得出完全相同的结果。

对估计量的第二个要求是使它的方差为极小,这点是必须着重指出的。据作者所知,目前在对矿格或矿体剖面进行估计时,只有克瑞吉法做到了这一点。用克瑞吉法选定的矿格将有一个估计的平均品位,它在一般情况下与这些矿格真正的平均品位一致,因此在实际上是无偏倚的。

克瑞吉法

由马特龙命名的克瑞吉法,是一种对样品品位进行加权而使其估计方差为最小的方法。根据数学模型提供的数据,可以作出样

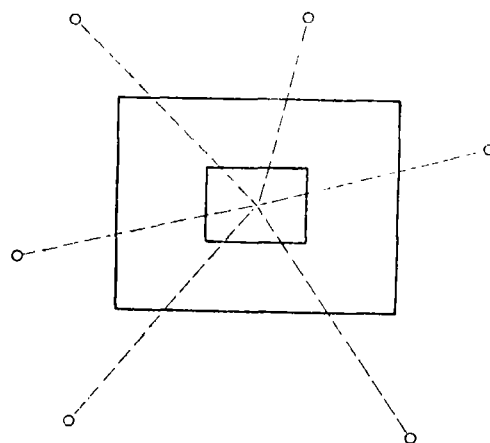


图2 用距离平方倒数加权法在两种方格上能得出同样的品位值

品品位和矿格实际品位的散点图(例如图3),以便进行回归分析,并检验各种估计量对样本的影响。

正如在一般情况下研究二维阵列那样,通过图3上的散点群,可以作出两条回归直线*。图3中的点以40英寸-本尼威特为间隔分为若干组。带有箭头的最后一个数字表示箭头以远点数的总和。第一根直线可为估计

* 原文图8中未表示这两条回归直线。读者请参阅本刊1974年第5期70页图1。——本刊注

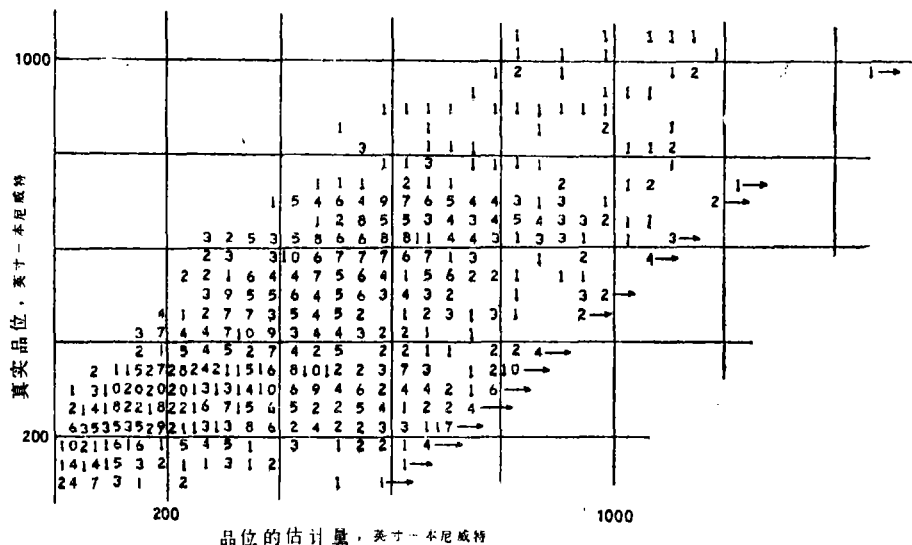


图3 实际品位和样品品位分布图

第8439576号模型, $\sigma^2(O/P) = 40000$

品位对实际品位的回归线。第二根直线可为实际品位对估计品位的回归线。在实际上,只有估计品位才是可以利用的。估计品位可以是样品的品位,也可以是样品品位经“反平方”加权或用克瑞吉法处理后的数据。如果矿格平均品位的总体和样品的频率曲线是正态分布曲线,那么上述分布图将具有椭圆的轮廓,而且回归线也是真正的直线。但是,实际矿格的平均品位和在采矿中抽取的样本通常是斜的(例如作对数正态分布),因此,回归线都是曲线。用克瑞吉法能得出这种回归曲线的最佳线性估计。同时,这种估计也是无偏的。

图4表示了两种取样方法。在这两种情况下,都要对中心格子的品位做出估计。在

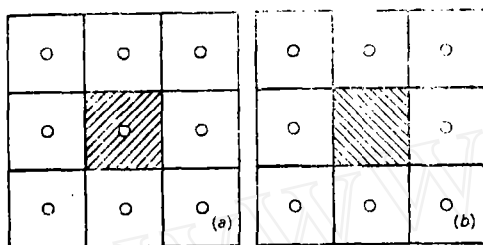


图4 估量中心矿块品位的两种取样方法

4(a)的情况下,中心格子上有一个样品。因此,首先可用克瑞吉法,然后用多角形法(即把取自该矿格的样品值当作矿格的品位)来对此矿格做出估计。在4(b)中,中心格子上没有样品,就要先用克瑞吉法,然后再用“反平方”加权法来计算中心格子的品位。最佳的估计量是当实际品位对估计品位的回归直线的斜率接近1时的计算结果。表4列出了根据模型之一求得的回归直线斜率。在选定了有利于开采的矿格后,克瑞吉法能对它的储量作出最佳预测,而多角形法在这点上无疑是逊色的。

其次,再分别以9、16、25、36个矿格组成一些大小不同的方形分区,并用克瑞吉法在每个分区中求样品品位算术平均值的方法,对这些分区的品位作出估计。在表5中

用图5中的不同方法求出的回归直线斜率

第8439576号模型资料 表4

$\sigma^2 (O/P)$	回 归 直 线 斜 率			
	5 (a)		5 (b)	
	克瑞吉法	多角形法	克瑞吉法	反平方加权法
40000	0.983	0.438	0.987	0.890
48400	0.911	0.469	0.914	0.860
57600	1.042	0.360	1.040	0.854
67600	0.933	0.310	0.931	0.799
平均值	0.967	0.394	0.970	0.851

列出了它们的回归直线斜率。

用克瑞吉法再一次得出了最佳估计量,而且是无偏估计。正如所预料的那样,取较大的正方形分区可以提高估算的精度。根据所有其他模型获得的数据与表5中所列的数据是非常相近的。

较大方形矿块回归直线的斜率

四个模型的平均值 表5

组成方形矿块的 矿 格 数	回 归 直 线 斜 率	
	克 瑞 吉 法	算术平均法
8 × 8	0.990	0.855
4 × 4	1.009	0.921
5 × 5	1.015	0.951
6 × 6	1.027	0.970
平均值	1.010	0.926

选定有利于开采的矿格

不论用什么方法来选择有利于开采的矿格,都不是完全正确的。这样会弃置一些有利于开采的矿格,而一些不利于开采的矿格反倒会被开采。因此,在选择要开采的矿格时,平均品位的估算是很重要的,虽然明知有些错误是难免的。克瑞吉法就是这样做的。同时应再次强调,对于要开采的储量(而不是矿格本身)来说,克瑞吉法将作出最正确的无偏估计。

矿石储量与边界品位的关系以及平均品位与边界品位的关系都可以用曲线表示出来。根据这种曲线,可以在任何模型上按不同的边界品位估算出能够开采的储量和它的

平均品位。图5就是取自某一模型的实例。它表明,当矿格中样品的方差或矿化的随机成分 σ^2 (O/P)增大时,与样品品位相当的曲线偏离矿格真正的平均品位越远。例如,对于150英寸-本尼威特的边界品位,用多角形法求得的开采平均品位是490英寸-本尼威特,即偏高了22.5%,而求得的矿量为1215个矿格,即偏低了19%。在150英寸-本尼威特处,克瑞吉估计量与实际品位是完全一致的。克瑞吉法的效果是使品位和储量曲线与基本矿格的曲线更趋一致。

在图6中,将某一模型矿体的矿格平均品位、样品品位和它的克瑞吉估计量进行了对比。可以看到,克瑞吉法已经基本上把样品品位的不规则分布恢复为矿格平均品位的规则分布。如上所述,一个矿格的克瑞吉估计量并不总是与它的实际品位一致。在这种情况下,还可以更细致地检查选定开采矿格时所造成的误差。

估计品位与实际品位二维阵列的椭圆图

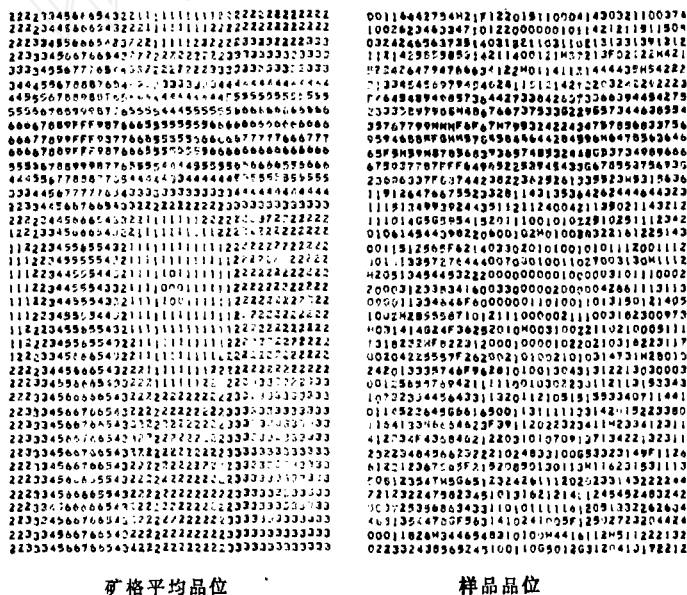


图6 第8439576号模型

$\sigma^2(O/P) = 57600$; $O = \sim 99$ [英寸-本尼威特,下同]; $1 = 100 \sim 199$, $F = 1000 \sim 1099$; $G = 1100 \sim 1199$; $H = 1200 +$

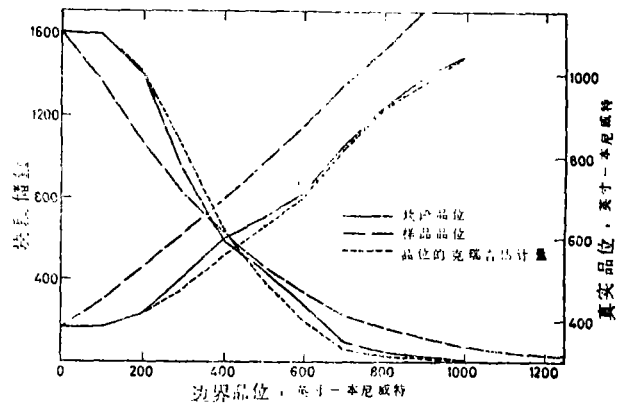


图5 矿石储量与边界品位的关系

第8439576号模型, $\sigma^2(O/P) = 57600$

形见图7。 Z^* 是根据估计品位得出的边界品位, Z 是实际品位轴上的边界品位。通过 Z^* 的垂线右边的区间包含了可供开采的矿格(因为它们的品位明显地高于 Z^*)。通过 Z 的水平线以上的区间包含了实际品位高于 Z 的矿格。这两条线把椭圆划为四个区域。I区包含估算品位与实际品位均高于 Z 的矿格。II区矿格的估算品位和实际品位均低于 Z 。III区矿格的估算品位低于 Z ,而其

实际品位却高于 Z。Ⅳ区矿格品位的估算值高于 Z，而其实际值则低于 Z。因此，Ⅰ和Ⅱ区矿格品位的估计量是正确的，Ⅲ和Ⅳ区矿格的品位估计量则是不正确的。

图8表示 $\sigma^2(O/P)=57600$ 的第8439576号模型的几种散点图。在(a)中，Z是根据矿格样品品位所估算的矿格品位。在(b)中，Z*是按图4中a法取样后求出的矿格品位的克瑞吉估计量。(c)中的Z*值是按图4中b法取样后求出的克瑞吉估计量。(d)中的Z*值是按图4中b法取样后用反平方加权法求得的估计量。这些散点图表明，克瑞吉法可以使样本值的点子紧靠最佳相关线。

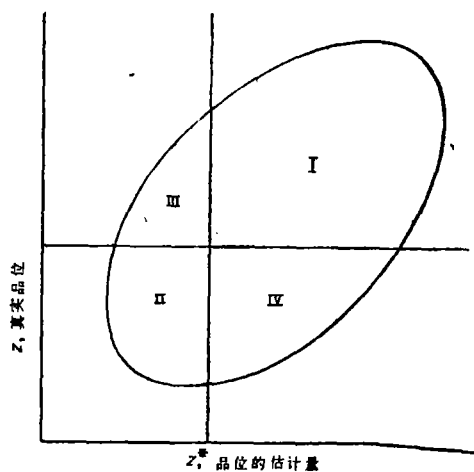


图7 有利或不利于开采的矿格的区分

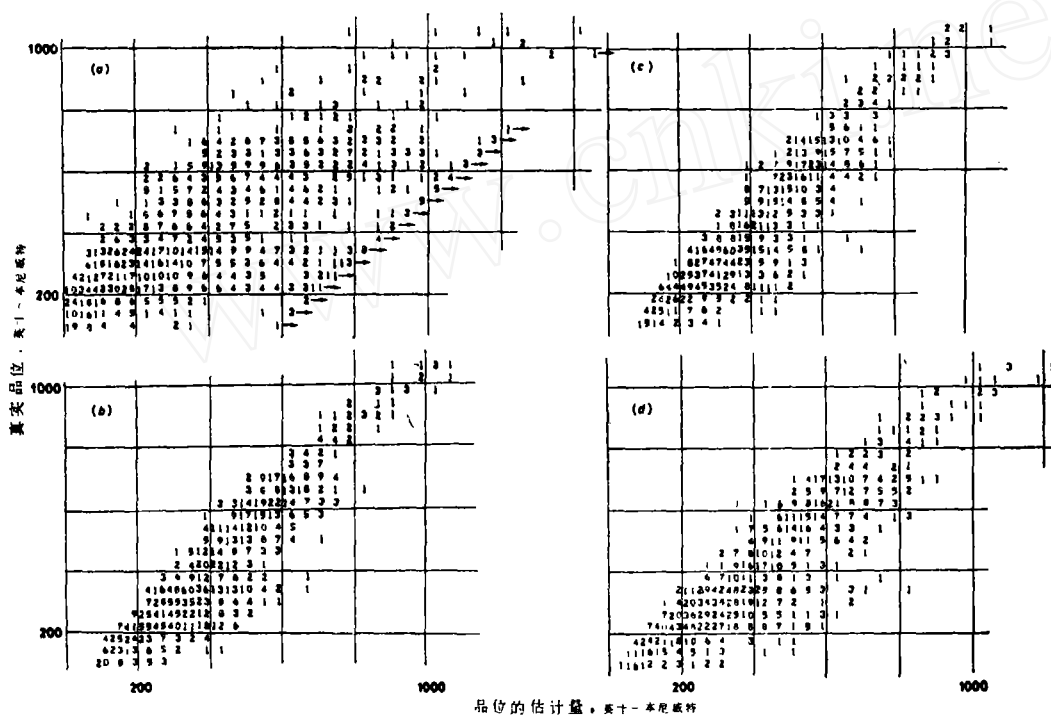


图8 矿格实际品位和估算品位的分布

反平方加权法也在一定程度上做到了这点，但这种方法得到的不是最佳估计量，因此不如克瑞吉法那样成功。对Ⅲ和Ⅳ区作出的估计量是不正确的，现将其资料列于表6（边界品位取200英寸-本尼威特）。

反平方加权法已消除了样本的一些误

差，但在Ⅲ区和Ⅳ区中仍各有124个和41个矿格的估计量有偏差。用克瑞吉法则可得出无偏估计，它错划的矿格数是最少的。再从图5可以看出，边界品位为200英寸-本尼威特时，克瑞吉法对矿石储量和平均品位作出的估计几乎是完全正确的。

错划为有利和不利于开采的矿格数
第8439576号模型, $\sigma^2(O/P) = 57600$, 边界品位: 200英寸-本尼威特

表 6

	错 误 估 算 的 矿 格 数			
	按样品品位	按 克 瑞 吉 法		按反平方
		用 5 (a) 法采样	用 5 (b) 法采样	加 权 法
Ⅲ区	283	57	61	124
Ⅳ区	126	61	67	41
总计	509	118	128	165

结 论

(1) 用矿体的数学模型可以表征特定的矿化类型。这种数学模型中的样本和取自同类实际矿体的样本是一致的。

(2) 一个样本有可能歪曲矿体中品位的实际分布, 这种歪曲的程度是与矿格品位的方差成正比的。

(3) 克瑞吉法可以解决样本所引起的这些问题。该方法根据已圈定的一组矿格(各矿格的品位已由该法确定)资料可对准备开采的储量做出无偏估计。

(4) 用克瑞吉法可得出矿石储量的吨数和平均品位的最佳估算值。

(5) 用多角形法求得的总储量总是偏高的, 因此采得的总储量往往低于预期的数字。这种现象常常被错误地归因于贫化。只有数学模型和样本数据的正确处理才能对此作适当的解释。

译自《Trans. Instn. Min. Metall.

(Sec. A: Min. Industry)》,

81, 1972, A121~8.

张希栋译, 李耀增、吴奇石、邵孟林校
作者: A.G. 罗伊尔、M.J. 牛顿

国外钻探的某些新机具和新装备

剖开式岩心管 克利斯登森公司新制一种内管剖式岩心管。作为取土样和地基的测试工具, 它可以较好地保持岩心钻成时的原来性状, 从而更有利于分析、鉴定。

这种岩心管, 由一个内管容纳器、两半对开的内管、一个支持环和一个滑配合(或丝扣连接)的内管鞋等组成。要从管内取出岩心, 将可剖的内管打开就行了, 而不需敲打岩心管, 也不必用水力压出岩心, 因而可以保持岩心的完整。

塑料岩心箱 一种塑料制成的岩心箱, 已在某些地质单位应用, 它比木质岩心箱轻便很多, 一个人一次可以轻而易举地搬起20个空的塑料箱。它的长度约四英尺多, 一般制成能存放五排岩心的宽度。塑料箱还可制成不同的颜色, 以便于岩心的管理和检验。

便携式测井仪 这是一种用于非放射性元素的测井仪, 它利用X射线荧光原理, 可对整个钻孔段的特定元素进行定量测量。这种便携测井仪是专为采矿工作而设计的。

铝架帐棚 用铝合金管架设的帐棚, 给地质工作者带来许多方便。其结构紧凑, 可在十分钟内架设起来。由于重量轻, 所以便于运输, 尤其便于空运。

(摘译自美国1974年3月号《世界采矿》)