



关于连环定向测斜计算公式的探讨

· 李 照 ·

冶金地质单位，目前在有磁性干扰的矿区，较广泛地应用定盘仪（或两用测斜仪）以连环定向法来测定钻孔弯曲。用此法时，在上、下两仪器测定了各自所处孔位的天顶角 θ_1 、 θ_2 及终点角 φ_1 、 φ_2 后，再用数学公式来算出两测点的方位角差，所以这是方位角的间接测量法。其测量精度将取决于测量装置本身的精度和计算公式的正确性。

这里，仅对计算公式加以探讨。

目前应用的计算公式有两个，即

$$\sin \Delta \alpha = \frac{\sin \Delta \varphi}{\cos \theta_2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\sin \Delta \alpha = \frac{\sin \Delta \varphi}{\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}} \dots\dots\dots (2)$$

这两个公式的形式比较简单，但均为近似计算式，而会带来计算误差，在 θ_1 与 θ_2 之差越大和 $\Delta \varphi$ 值越大时，误差也将越大。为此，本文在这里提出了另一个公式（3），来和同志们商榷，以期达到能在实际工作中运用。

$$\text{这个公式为: } \text{ctg} \frac{\Delta \alpha}{2} = \frac{\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}}{\cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}} \text{ctg} \frac{\Delta \varphi}{2} \dots\dots\dots (3)$$

公式（3）推导如下（参看附图）

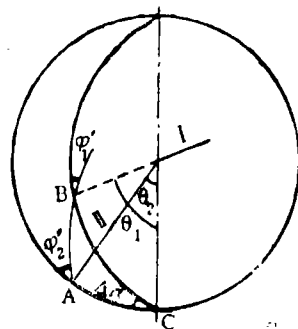
在球面三角形ABC中，按纳皮尔公式

$$\text{tg} \frac{(180^\circ - \varphi_2') + \varphi_1'}{2} = \frac{\cos \frac{1}{2}(\widehat{BC} - \widehat{AC})}{\cos \frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{AC})} \text{ctg} \frac{1}{2} \Delta \alpha$$

以 $\widehat{BC} = \theta_1$ ， $\widehat{AC} = \theta_2$ 代入上式得

$$\text{tg} \left(90^\circ - \frac{\varphi_2' - \varphi_1'}{2} \right) = \frac{\cos \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)} \text{ctg} \frac{\Delta \alpha}{2}$$

$$\text{则: } \text{ctg} \frac{\Delta \varphi}{2} = \frac{\cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}}{\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}} \text{ctg} \frac{\Delta \alpha}{2}$$



θ_1, θ_2 ——两测点的天顶角;
 φ_1', φ_2' ——两测点的 特定终
 点角;
 $\Delta \alpha$ ——两测点的方位角差;

$$\operatorname{ctg} \frac{\Delta \alpha}{2} = \frac{\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}}{\cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}} \operatorname{ctg} \frac{\Delta \varphi}{2}$$

在公式(3)的推导中, φ_1' 和 φ_2' 并不是实测的两测点终点角, 但它们是两测点可能测得的无穷多组终点角中的一组, 即存在着 $\varphi_2' - \varphi_1' = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta \varphi$ 这一关系。

下面对以上三个公式的正确性进行分析。

公式(1)的误差较大, 从原理上看也不大通。由附图可见, 孔段Ⅱ相对于孔段Ⅰ的方位角差, 与孔段Ⅰ对孔段Ⅱ的方位角差, 应在数值上相等。但按公式(1), 则孔段Ⅱ相对于孔段Ⅰ的方位角差为 $\sin \Delta \alpha_{\text{Ⅱ}-\text{Ⅰ}} = \frac{\sin \Delta \varphi}{\cos \theta_2}$, 而Ⅰ相对于Ⅱ的方位角差为 $\sin \Delta \alpha_{\text{Ⅰ}-\text{Ⅱ}} = \frac{\sin \Delta \varphi}{\cos \theta_1}$ 。

若 $\theta_1 \neq \theta_2$, 虽终点角差 $\Delta \varphi$ 在数值上相等, 而方位角差在数值上却不等了, 这显然是不符合实际的。所以公式(1)只有在 $\theta_1 = \theta_2$ 时才是正确的。

公式(2)比公式(1)精确, 但仍然是一个近似公式。该公式的推导也是通过上图中的球面三角形ABC来进行的。推导过程如下。

据球面三角余弦定律得

$$\cos \varphi_1' = \cos \Delta \alpha \cos \varphi_2' + \sin \Delta \alpha \sin \varphi_2' \cos \theta_2$$

$$\cos \varphi_2' = \cos \Delta \alpha \sin \varphi_1' - \sin \Delta \alpha \sin \varphi_1' \cos \theta_1$$

上二式各自乘上 $\cos \varphi_1'$ 和 $\cos \varphi_2'$ 后, 二式相减得

$$\cos^2 \varphi_1' - \cos^2 \varphi_2' = \sin \Delta \alpha (\sin \varphi_2' \cos \varphi_1' \cos \theta_2 + \sin \varphi_1' \cos \varphi_2' \cos \theta_1)$$

$$\text{由于 } \cos^2 \varphi_1' - \cos^2 \varphi_2' = \sin^2 \varphi_2' - \sin^2 \varphi_1' = \sin(\varphi_2' + \varphi_1') \sin(\varphi_2' - \varphi_1')$$

$$\text{则: } \sin \Delta \alpha = \frac{\sin(\varphi_2' + \varphi_1') \sin(\varphi_2' - \varphi_1')}{\sin \varphi_2' \cos \varphi_1' \cos \theta_2 + \sin \varphi_1' \cos \varphi_2' \cos \theta_1}$$

考虑到在实际中 θ_1 与 θ_2 相差不大 ($1 \sim 2^\circ$), 故以 $\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ 来代替上式中的 $\cos \theta_1$ 和 $\cos \theta_2$, 这样就得到了公式(2):

$$\sin \Delta \alpha \approx \frac{\sin \Delta \varphi}{\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}}$$

从这些推导可知, 公式(2)仍是不够精确的。

从前面对公式(3)的推导过程来看, 公式(3)却没有近似的假定成分, 因此初步认为它可能是一个较为精确的计算公式。最后, 希望同志们给予帮助和指正, 并通过实践加以检验, 以求在这一测斜计算中探寻出一个更简便、更精确的方法来。