将三度体磁异常转化为二度体磁异常的问题

邵 梦 林

三度体磁异常的定量解释，由于缺乏合适的方法，或是为简化计算，人们曾设想，沿观测平面上一定的方向，对实测的三度体磁异常进行线积分，而获得具有一定横截面（其形状与原三度体有关）的二度体的磁异常，从而采用简单的二度异常反演方法或利用二度量板的选择法，间接地对原来的三度体磁异常作出推断解释。这种方法的原理、具体做法、误差和实际应用，文献中已有记载。但对该法的实质还有含混不清之处，误差的分析比较片面，因此，妨碍了对该法作出恰如其份的评价。本文仅从理论上对上述问题进行分析。

一、基本概念

均匀磁化三度体磁异常强度的任一分量ΔF的一般表达式为：

$$\Delta F = J\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\iiint_V \frac{dV}{|\vec{\gamma}-\vec{\gamma}_0|} \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

式中$\vec{\gamma}$和$\vec{\gamma}_0$分别为异常计算点和磁性体内某点相对于给定座标系原点的向径，J为磁化强度；$\frac{\partial^2}{\partial\alpha\cdot\partial\beta}=\frac{\partial}{\partial\alpha}\cdot\frac{\partial}{\partial\beta}$，其中$\frac{\partial}{\partial\alpha}$为沿异常分量方向的偏导数，$\frac{\partial}{\partial\beta}$为沿磁化强度矢量方向的偏导数；对所讨论的磁性体进行体积分。

若对式(1)沿某一水平方向进行无穷积分，并建立空间直角座标系x，y，z（ξ、η、ζ），使该系统的xoy（ξoη）平面呈水平，且y轴（η轴）与上述积分方向平行，z轴（ζ轴）垂直向下，则得：

$$\Delta F_1=\int_{-\infty}^{\infty}\Delta F dy = J\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\iiint_V d\xi d\eta d\zeta\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dy}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{1/2}}$$

$$= J\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\iint_S \ln[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2]d\xi d\zeta\int_{L(g,\zeta)} d\eta = J\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\iint_S L(\xi,\zeta)\cdot\ln[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2]d\xi d\zeta$$

$$=\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\iint_S J'(\xi,\zeta)\cdot\ln[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2]d\xi d\zeta \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(2)式中x，y，z和ξ，η，ζ分别为计算点和磁性体内各点的流动座标；L(ξ，ζ)为三度体沿y(η)轴方向的长度，一般情况下它应该是（ξ,ζ）的函数；$J'(\xi,\zeta)=J\cdot L(\xi,\zeta)$可看成是随(ξ,ζ)而变的磁化强度。

不难看出，式(2)为二度体磁异常任一分量的一般表达式，该二度体的走向沿线积分方向，其横截面S为原三度体在垂直于线积分方向的平面上的投影，其磁化强度为原来的L(ξ,ζ)倍。因此，在一般情况下，ΔF沿某一方向的无穷积分形成的新函数ΔF_1，为一磁性普遍较原来高的非均匀磁化二度体的磁异常。

这种结果没有使三度异常的解释得到任何简化，因为现有的解释二度异常的方法，都是根据均匀磁化的条件导出的。因此，对ΔF_1的解释同样是困难的。

在特殊情况下，若L(ξ,ζ)＝2L(常量)，则式(2)变为：

$$\Delta F_1 = 2L\cdot J\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\iint_S \ln[(x-\xi)^2+(\xi-\zeta)^2]\partial\xi d\zeta \cdots\cdots(3)$$

式(3)表明，若物体沿积分方向的长度处处不变（等于2L），则ΔF_1为一均匀磁化的二度体异常，其磁化强度为原来的2L倍。

因此，严格地讲，"三度"转化为"二度"的方法，只有在一定的条件下，按一定的方向积分，才能获得理想的结果：即要求至少有一个水平方向，沿该方向穿过磁性体所有各点的长度均相等；同时要求积分应该沿这一水平方向进行。否则，积分后得到的二度异常为一非均匀磁化体引起。

二、积分方向

实际上，$L(\xi,\zeta)$为常量的情况几乎是不存在的，因此，在积分时，要求沿着使$L(\xi,\zeta)$的变化范围最小的方向上进行。

一般说来，对一个等轴体可以沿任意方向积分；对一沿某方向有一定延伸的物体，可沿平行或垂直其走向的方向积分。但往往有这样的错误看法，以为异常的走向就是异常体的走向。三度体异常平面等值线图的理论计算表明，当磁化强度水平分量的方向与物体走向斜交时，异常走向与物体走向也是斜交的。若此时仍沿异常走向积分，不仅使所得之二度异常对应的是非均匀磁化的二度体，而且物体的横截面将被夸大。因此，在这种情况下，如何根据异常来判断物体的走向，是一个不容忽视的问题，但至今尚未解决。

三、积分范围

在实际工作中，无穷积分是无法实现的，而且经常由于沿积分方向有邻近异常的干扰，使得积分区间被限制在更小的范围内。下面把点极和垂直偶极子的垂直磁异常的有限线积分的结果，分别与水平无限线极和水平无限偶极线（垂直磁矩）的垂直磁异常进行对比，来说明在"三度"转化为"二度"的过程中，有限积分所引起的误差。

点极的垂直磁异常可写为：

$$Z = \frac{mh}{(x^2+y^2+h^2)^{3/2}}$$

式中h为埋深，m为磁荷。它沿y轴方向在$(-y_0, y_0)$区间内的积分为：

$$Z_1 = \int_{-y_0}^{y_0} Z dy = \frac{2mhy_0}{(x^2+h^2)(x^2+y_0^2+h^2)^{1/2}}$$

这实际上就是长度为$2y_0$的水平线极的垂直磁异常。再来计算Z_1与x轴所夹的面积：

$$S_1 = \int_{-\infty}^{\infty} Z_1 dx = 2m\left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{h^2-y_0^2}{2hy_0}\right] \cdots(4)$$

水平无限线极与x轴所夹的面积是众所周知的：

$$S_\infty = 2\pi m \cdots\cdots(5)$$

比较式(4)和式(5)，就不难来分析因有限积分所引起的误差：

$$\frac{S_1}{S_\infty} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{1-(y_0/h)^2}{2(y_0/h)^2} \cdots\cdots(6)$$

根据式(6)计算的S_1/S_∞和y_0/h之间的关系曲线示于图1。

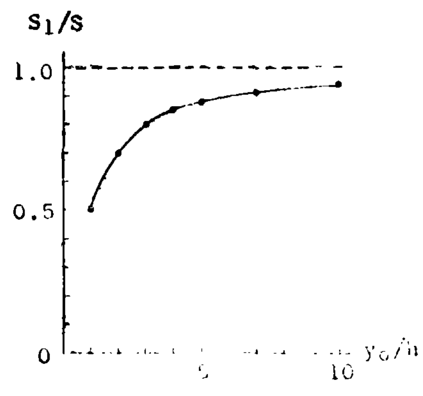

图1

偶极子的垂直磁异常可写为：

$$Z = \frac{M(2h^2 - x^2 - y^2)}{(x^2+y^2+h^2)^{5/2}}$$

式中h为埋深，M为磁矩。它沿y轴方向在$(-y_0, y)$区间内的积分为：

$$Z_1=\int_{-y_0}^{y_0} z\,dy=2My_0\left[\frac{h^2}{(x^2+h^2)(x^2+y_0^2+h^2)^{3/2}}+\frac{h^2-x^2}{(x^2+h^2)(x^2+y_0^2+h^2)^{1/2}}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

这实际上就是长为$2y_0$的水平偶极线的 垂直磁异常。当$x=0$时，z_1取极大值：

$$Z_1(max)=2My_0\left[\frac{1}{(h^2+y_0^2)^{3/2}}+\frac{1}{h^2(h^2+y_0)^{1/2}}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

式（8）极小点X_{min}的位置是y_0/h的函数，我们求出了它的一系列数值解（X_{min}/h和y_0/h之间的关系示于图2）。将X_{min}代入式（7），就可求得Z_1的极小值$Z_1(min)$。

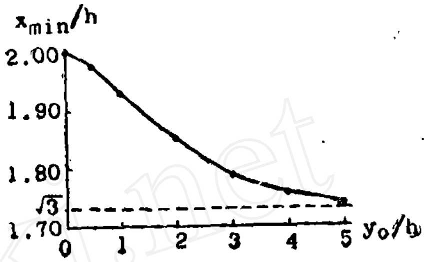

图2

大家知道，水平无限偶极线的极大值和极小值分别为：

$$Z_\infty(max)=\frac{2M}{h^2}\text{和}Z_\infty(min)=-\frac{M}{4h^2}\cdots(9)$$

将式（7），（8），（9）进行对比，可得：

$$\frac{Z_1(max)}{Z_\infty(max)}=\frac{(y_0/h)}{[1+(y_0/h)^2]^{1/2}}+\frac{(y_0/h)}{[1+(y_0/h)^2]^{3/2}}\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

$$\text{和}\frac{Z_1(min)}{Z_\infty(min)}=8\left(\frac{y_0}{h}\right)\left\{\frac{\left(\frac{x}{h}\right)^2-1}{\left[\left(\frac{x}{h}\right)^2+1\right]^2\left[\left(\frac{x}{h}\right)^2+\left(\frac{y_0}{h}\right)^2+1\right]^{1/2}}-\frac{1}{\left[\left(\frac{x}{h}\right)^2+1\right]\left[\left(\frac{x}{h}\right)^2+\left(\frac{y_0}{h}\right)^2+1\right]^{3/2}}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

式（11）中的x/h应代入图2中相应于y_0/h的数值。根据式（10）和(11)，图3绘出了$\frac{Z_1(max)}{Z_\infty(max)}$和$\frac{Z_1(min)}{Z_\infty(min)}$分别对于$y_0/h$的关系。

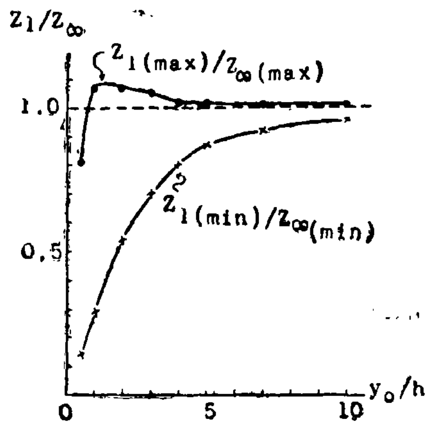

图3

从图1、2、3来分析，可以概略地获得以下几点看法：1）有限积分对异常形态不会有实质性的影响；2）有限积分对异常的数值有很大影响，尤其对异常的两侧影响更大。其结果是，对于延深很大的物体，有限积分将导致所推断的物体截面变窄（假定不改变磁参数）；对于延深很小的物体，有限积分（当$y_0/h>1$时）将导致在异常中心部分所推断的截面变大（同样假定不改变磁

参数），而在两翼（或某一翼）出现假的剩余异常（正值），从而会引导我们作出错误的判断。3）当$y_0/h>5$时，“三度”转化为“二度”的结果才开始变好。

总之，对于任何物体，只有当积分区间的长度大于其埋深（延深大的，指上顶埋深；延深小的指中心埋深）10倍时，对转化后的异常应用二度解释方法，才会有较好的结果。换句话说，如果一个物体的走向长度超过其埋深10倍时，在其中心剖面上可采用二度解释方法。

四、走向长度估计不准而带来的误差

由式（8）可知，如果ΔF_1只用来作反演计算，以求得埋深和倾角等与磁矩无关的参数时，那么，就可以对ΔF_1直接进行解释。

但是，如果要对ΔF_1施行选择法，则必须将式（8）中的系数2L除掉，即对$\Delta F_1/2L$进行解释。这样，就要事先了解物体的走向长度。

设估计的走向长度为$2L'$，并且仍以曲线与X轴所夹之面积的差异，来衡量误差。ΔF_1与X轴所夹之面积为：

$$S_1=\int_{-\infty}^{\infty}|\Delta F_1|dx=2L\int_{-\infty}^{\infty}|\Delta F_\infty|dx\cdots(12)$$

式中ΔF_∞表示与原物体具有同样磁化强度的二度异常。经走向长度改正后曲线与x轴所夹的面积为：

$$S_1'=\frac{1}{2L'}\int_{-\infty}^{\infty}|\Delta F_1|dx=\frac{L}{L'}\int_{-\infty}^{\infty}|\Delta F_\infty|dx\cdots(13)$$

而式（12）和（13）中，$|\Delta F_\infty|$与X轴所夹的面积为：

$$S_\infty=\int_{-\infty}^{\infty}|\Delta F_\infty|dx\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

比较（13）和（14）得：

$$\frac{S_1'}{S_\infty}=\frac{L}{L'}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

由（15）可知，当$L'<L$时，$S'>S_\infty$，在推断时，将夸大了物体的截面（如果不改变磁化强度）；当$L'>L$时，$S'_1<S_\infty$，在推断时截面变小了。截面的这种夸大和缩小的误差可用L/L'来直接估计。

五、正常场的改正

若测区内原来的基点取得不合适，则在各剖面上迭加了一个常值。在将“三度”转化为“二度”的过程中，因积分而使该常值累积到转化后的剖面上，因此必须作正常场改正。一种显而易见的办法是，直接在转化后的剖面上通过Z－H互换来消除这一累积的常值。而不是在“转化”之前来做这项工作。因为转化之前是三度异常，用三度的Z－H互换太麻烦，用二度的Z－H互换又不合理。

六、其　他

通过上述分析可以了解到，如用“三度”转化为“二度”的方法来处理异常，并对处理结果用二度选择法作解释，事先必须了解磁性体走向、走向长度，并且要有相当大的积分范围。此外，该“转化”过程，还受到几个磁性体走向长度不一致、沿走向方向地形起伏和异常迭加的影响。

如果把这种方法与直接利用似二度量板（参见本刊1972年第一期）对三度体异常作解释的方法对比，后者除了同样要知道走向方向和长度外，还多了一个条件，即要知道计算剖面相对于磁性体的位置，但是，在其他方面就远较“转化”的方法有利。实践可能会证明，似二度量板的适用范围将比“转化”的方法要广，成功的机会也将多些。

应该指出，目前对三度体磁异常的解释，仍处在探索之中，尤其是走向方向和长度的确定，更是突出的问题，应该成为磁法定量解释方法研究中的一个重要内容。